

Total number of printed pages = 8

24-1R/23-1A/2024 (MAT1103ID)

2024

MATHEMATICS

(IDC)

Paper : MAT1103ID

(Algebra and Trigonometry)

Full Marks : 50

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Answer the following questions : $1 \times 5 = 5$

তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) If $(x + 4) + i(y - 3) = 7 - 2i$, what are the values of x and y ?

যদি $(x + 4) + i(y - 3) = 7 - 2i$ হয়, তেন্তে x আৰু y ৰ মান কিমান হব?

- (b) A polynomial equation of n degree has _____ roots. (Fill in the blank)

Contd.

n মাত্ৰাৰ বহুপদ সমীকৰণৰ _____ টা মূল থাকে।
(খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

(c) Is it true that "every diagonal matrix is symmetric." ?

“প্রতিটো কৰ্ণীয় মৌলকক্ষ প্রতिसম মৌলকক্ষ”। উক্তিটো সঁচানে?

(d) If $\sec x = 4$, then find the value of $\sin x$.
যদি $\sec x = 4$, তেন্তে $\sin x$ ৰ মান উলিওৱা।

(e) If first term of G.P. is 25 and common ratio is 5, find the 3rd term.

এটা গু.প্ৰ. ৰ প্ৰথম পদ 25 আৰু সাধাৰণ অনুপাত 5 হ'লে, তৃতীয় পদটো উলিওৱা।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Express $z = \frac{1+i}{1-i}$ in the form of $r(\cos \theta + i \sin \theta)$.

$z = \frac{1+i}{1-i}$ জটিল সংখ্যাটোক $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(b) If α and β are the roots of the equation

$$4x^2 + 16x + 1 = 0, \text{ find } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}.$$

যদি দ্বিঘাত সমীকরণ $4x^2 + 16x + 1 = 0$ ৰ মূল α

আৰু β হয়, তেন্তে $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ ৰ মান উলিওৱা।

(c) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -7 & 6 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and

$$B = \begin{bmatrix} 8 & -1 & \sqrt{3} \\ 2 & 0 & \sqrt{5} \\ 11 & 2 & 10 \end{bmatrix}, \text{ then find } A + B.$$

যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -7 & 6 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ আৰু

$$B = \begin{bmatrix} 8 & -1 & \sqrt{3} \\ 2 & 0 & \sqrt{5} \\ 11 & 2 & 10 \end{bmatrix}, \text{ তেন্তে } A + B \text{ ৰ মান}$$

উলিওৱা।

(d) Solve : $\sin x = -\frac{1}{2}$

সমাধান করা : $\sin x = -\frac{1}{2}$

(e) If $\frac{1}{10!} + \frac{1}{4 \times 10!} = \frac{y}{4 \times 9!}$, then find the value of y .

যদি $\frac{1}{10!} + \frac{1}{4 \times 10!} = \frac{y}{4 \times 9!}$ হয়, তেন্তে y ৰ মান উলিওৱা।

3. Answer **any three** questions : $5 \times 3 = 15$

যিকোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Find x, y, z and w , if

$$3 \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}$$

যদি

$$3 \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix} \text{ হয়,}$$

তেন্তে x, y, z আৰু w ৰ মান উলিওৱা।

(b) If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, show that $AA' = 1$

যদি $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ হয়, তেন্তে দেখুওঁৱা যে

$$AA' = 1$$

(c) Prove that

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}, xy < 1.$$

প্রমাণ কৰা যে

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}, xy < 1.$$

(d) Show that $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$.

$$\text{দেখুওঁৱা যে } \sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}.$$

(e) Define complex number. Express

complex number $z = \frac{2 + \sqrt{3}i}{3 - 4i}$ into $\alpha + ib$ from.

জটিল সংখ্যাৰ সংজ্ঞা দিয়া। জটিল সংখ্যা $z = \frac{2 + \sqrt{3}i}{3 - 4i}$

ক $\alpha + ib$ আকাৰত প্রকাশ কৰা।

4. Answer **any two** questions : $10 \times 2 = 20$

যিকোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Write two properties of determinants. $2+8=10$

Show that
$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc + bc + ca + ab$$

নিৰ্ণায়কৰ দুটা ধৰ্ম লিখা।

দেখুওঁৱা যে
$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc + bc + ca + ab$$

(b) (i) n^{th} term of a sequence is $a_n = (n+1)(n+2)$. Write down the first six terms of the sequence. 5

এটা অনুক্ৰমৰ n তম পদটো হ'ল $a_n = (n+1)(n+2)$ । অনুক্ৰমটোৰ প্ৰথম ছটা পদ লিখা।

(ii) The sum of n terms of two arithmetic progressions are in the ratio $(3n+8):(7n+15)$. Find the ratio of their 12^{th} terms. 5

দুটা সমান্তৰ প্রগতিৰ n তম পদলৈ যোগফলৰ
অনুপাত $(3n+8):(7n+15)$ হ'লে, দ্বাদশ পদ
দুটাৰ অনুপাত উলিওৱা।

- (c) (i) If $\sec x = \frac{13}{5}$, x lies in fourth
quadrant, find the values of other
five trigonometric functions. 5

যদি $\sec x = \frac{13}{5}$, x চতুৰ্থ চুকত আছে, তেন্তে
আন পাঁচটা ত্ৰিকোণমিতীয় ফলন উলিওৱা।

- (ii) Prove that 5

$$\frac{\sin 5x - 2 \sin 3x + \sin x}{\cos 5x - \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x}$$

প্রমাণ কৰা য়ে

$$\frac{\sin 5x - 2 \sin 3x + \sin x}{\cos 5x - \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x}$$

- (d) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ as

the sum of a symmetric and a skew-
symmetric matrix. 10

Contd.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

মৌলকক্ষটোক এটা সমমিত

আৰু এটা বিষম-সমমিত মৌলকক্ষৰ সমষ্টিত প্রকাশ কৰা।